

Bayerisches Staatsministerium
für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst

Bayer. Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst
80327 München

An alle
Gymnasien mit Oberstufe,
Abendgymnasien und Kollegs

in Bayern

Ihr Zeichen
Ihre Nachricht vom

Bitte bei Antwort angeben
Unser Zeichen

Telefon
(0 89) 21 86-

München,

VI/7-S5503-8/138858

2295

17.09.1997

Abiturprüfung in Physik (im Grund- und Leistungskurs)

Anlage: "Energiebilanz von Kernreaktionen"

Anfragen im Zusammenhang mit der schriftlichen Abiturprüfung zeigen, daß hinsichtlich der Verwendung des Begriffs *Atommasse* in Gleichungen und Rechnungen bei Kernreaktionen weiterhin Unsicherheit herrscht.

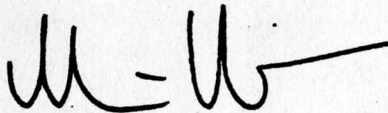
Wie in der Anlage dargestellt, ist die Verwendung der Rechengröße *Nuklidmasse* problematisch. Deshalb sollen in Zukunft Umwandlungsprozesse so behandelt werden, wie diese im Beitrag *Energiebilanz von Kernreaktionen* dargestellt werden.

Aus den Ausführungen soll nicht gefolgert werden, daß Kernreaktionen im Unterricht oder in der schriftlichen Abiturprüfung mehr Gewicht als bisher bekommen sollen; im Hinblick auf die schriftliche Abiturprüfung wird jedoch erwartet, daß die Schüler in Grund- und Leistungskursen mit dieser Betrachtungsweise vertraut gemacht werden, die letztlich klarer ist. Die betroffenen Schulbuchautoren werden von hier aus gesondert informiert. Hinsichtlich der zusätzlichen Schwierigkeiten für die Fachlehrkräfte in der Umstellungszeit (z.B. zunächst nur eingeschränkt zur Verfügung stehendes Übungs- und Zahlenmaterial) wird um Verständnis gebeten.

Alle Physiklehrer sind im Rahmen einer Fachsitzung vom Inhalt dieses KMS in Kenntnis zu setzen.

Im Grund- und im Leistungskurs ist bei der Vorbereitung erstmals auf die Abiturprüfung 1998 - soweit nicht bisher bereits geschehen - entsprechend vorzugehen.

I.A.



Dr. Müller
Ministerialrat



Energiebilanz von Kernreaktionen

Jede Energieänderung eines physikalischen Systems ist nach der Einstein-Beziehung $E = mc^2$ mit einer Massenänderung verknüpft. Bei Kernreaktionen sind die Energieänderungen sehr groß und die (relativen) Massen lassen sich mit hoher Präzision bestimmen; daher kann man durch eine einfache Bilanzgleichung die insgesamt abgegebene oder aufgenommene Energie aus den Massen im Anfangs- und Endzustand berechnen.

Außer bei den allerleichtesten Elementen sind die Atomkerne praktisch immer von einer Elektronenhülle umgeben. Lediglich bei sehr großen Temperaturen (z. B. im Innern der Sonne) oder in Schwerionenbeschleunigern treten „nackte“, schwerere Atomkerne auf. Es ist deshalb sinnvoll, bei der Energiebilanz das ganze Atom als System aufzufassen und die Atommassen von Anfangs- und Endzustand einzusetzen. Die Atommasse ist nicht einfach die Summe aus den Ruhemassen von Atomkern und allen Elektronen, sondern enthält auch die Bindungsenergie der Elektronenhülle; die Energieänderung der Elektronenhülle bei einer „Kern“-reaktion ist in einer Energiebilanz mit Atommassen automatisch berücksichtigt. Beispiel: Bei einem α -Zerfall wird die Kernladungszahl kleiner, es muss also Energie dafür aufgewendet werden, die Elektronenhülle auf den neuen, schwächer gebundenen Zustand anzuheben. Dieser Energiebetrag in der Größenordnung von 30 keV fehlt dann dem emittierten α -Teilchen. Es ist nicht immer leicht nachvollziehbar, auf welche Art und Weise die Elektronenhülle den Prozessablauf beeinflusst. Der Vorteil eines Bilanzverfahrens liegt aber gerade darin, dass man sich um Details eines Prozesses nicht zu kümmern braucht.

Wollte man die Energiebilanz unter Verwendung von Kernmassen aufstellen, so müsste man die Änderung des Energiezustandes der Elektronenhülle zusätzlich berechnen oder sich mit dem erhaltenen Näherungswert zufriedengeben. Kernmassen sind außerdem experimentell viel schwieriger zu bestimmen als Atommassen.

Im kernphysikalischen Unterricht möchte man aus didaktischen Gründen die Vorgänge im Atomkern in den Vordergrund stellen und ist daher versucht, die Elektronenhülle aus der Betrachtung auszuklammern. Um trotzdem richtige Energiebilanzen zu erhalten, wurde in vielen Lehrbüchern der Begriff der Nuklidmasse eingeführt als Differenz aus der Atommasse und dem Z -fachen der Elektronenruhmehasse. In der Nuklidmasse ist also die Ruhemasse der Elektronenhülle nicht, aber sehr wohl ihre Bindungsenergie berücksichtigt. Der Vorteil ist, dass man damit die Energiebilanz einer Kernreaktion so aufstellen kann, als sei keine Elektronenhülle vorhanden, obwohl dann das Ergebnis exakt mit dem Wert übereinstimmt, den man mit Hilfe von Atommassen erhielt. Leider wird diese Tatsache meistens unterschlagen. Häufig wird es sogar so dargestellt, als verwende man die Nuklidmassen als Näherungswerte für eigentlich einzusetzende Kernmassen. Dies führt dann besonders bei der Diskussion von Kernreaktionen, bei denen die Elektronenhülle eine offensichtliche Rolle spielt (z. B. Elektroneneinfang), zu einiger Verwirrung. Weil die Nuklidmassen letztlich Hilfsgrößen sind, die ein tiefergehendes physikalisches Verständnis erschweren, sollte man auf ihre Verwendung verzichten.

Wie die nachfolgenden Beispiele zeigen, ist die Berechnung eines Q-Wertes mit Hilfe von Atommassen nach einer einfachen Regel möglich: Es ist stets nur die Differenz der Atommassen der beteiligten Nuklide vor und nach der Reaktion zu bilden. Lediglich beim β^+ -Zerfall ist eine genauere Überlegung erforderlich. Der so berechnete Q-Wert gibt die gesamte Energie an, die bei einer Reaktion frei wird, bis die Reaktionsprodukte wieder in Form neutraler Atome im nuklearen und atomaren Grundzustand vorliegen. Natürlich ist diese Energie im Wesentlichen durch den Prozess im Atomkern bestimmt. Im Unterricht wird es nur in wenigen Sonderfällen erforderlich sein, die Rolle der Elektronenhülle genauer zu diskutieren. Das Symbol A_ZX steht in den Beispielen für einen Kern samt Hülle, wobei auf die an sich sinnvolle Angabe des atomaren Ladungszustandes in den Reaktionsgleichungen verzichtet wird, um weiterhin den Kernprozess in den Vordergrund zu stellen und um die gewohnte Schreibweise beizubehalten.

1. Beispiel: β^- -Zerfall



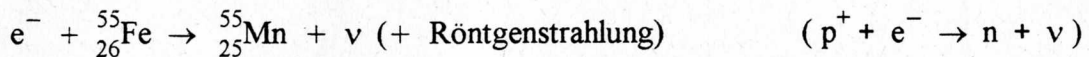
Das Mutternuklid ${}^{85}_{36}\text{Kr}$ ist ein neutrales Krypton-Atom mit allen 36 Elektronen. Das Reaktionsprodukt ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ ist jedoch einfach positiv geladen, weil im Atomkern nach der Umwandlung ein Proton mehr vorhanden ist als vorher. Das entstandene positive Ion und das Elektron repräsentieren zusammen (bis auf die Ionisierungsenergie von wenigen Elektronenvolt) die Masse eines neutralen ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ -Atoms. Der Q-Wert der Reaktion ergibt sich nun unter Vernachlässigung einer möglichen Neutrino-Ruhemasse zu

$$\begin{aligned} Q &= [m_A({}^{85}_{36}\text{Kr}) - m_A({}^{85}_{37}\text{Rb})] \cdot c^2 \\ &= [84,912530 - 84,911792] \cdot \text{uc}^2 = 0,687 \text{ MeV} . \end{aligned}$$

Dieser Wert gibt die gesamte Energie an, die beim Zerfall eines ${}^{85}_{36}\text{Kr}$ -Atoms frei wird, bis schließlich nach der Rekombination des entstandenen Ions mit einem Elektron wieder ein neutrales ${}^{85}_{37}\text{Rb}$ -Atom vorliegt. Den Hauptbeitrag stellen die kinetischen Energien des Elektrons und des Antineutrinos sowie eine mögliche Kernanregungsenergie dar. Des Weiteren sind aber auch die Rückstoßenergie, mögliche Anregungsenergien der Elektronenhülle und die bei der Rekombination freiwerdende Ionisierungsenergie enthalten.

Die Berechnung des Q-Wertes mit Hilfe von Nuklidmassen $m_N = m_A - Z \cdot m_e$ liefert exakt denselben Wert, wobei dann natürlich das entstehende Elektron explizit in der Bilanz auftaucht. Auch dabei sind also alle angegebenen Energiebeiträge enthalten, obwohl dies wegen der Assoziation von *Nuklidmassen* mit *Kernvorgängen* keineswegs naheliegend ist.

2. Beispiel: Elektroneneinfang



In Übereinstimmung mit der üblichen Schreibweise wird das eingefangene Elektron explizit angegeben, obwohl es ja aus der eigenen Hülle des ${}_{26}^{55}\text{Fe}$ -Atoms stammt. In der Massenbilanz ist dieses Elektron in der Atommasse des Mutternuklids bereits enthalten. Das Reaktionsprodukt liegt in elektrisch neutraler Form, aber mit zunächst angeregter Elektronenhülle vor. Insgesamt wird bei diesem Zerfallsereignis eine Energie von

$$\begin{aligned} Q &= [m_A({}_{26}^{55}\text{Fe}) - m_A({}_{25}^{55}\text{Mn})] \cdot c^2 \\ &= [54,938298 - 54,938049] \cdot \text{uc}^2 = 0,232 \text{ MeV} \end{aligned}$$

abgegeben. Die kinetische Energie des Neutrinos ist kleiner als der berechnete Q-Wert, nämlich um die (vernachlässigbare) Rückstoßenergie und um die Anregungsenergie der Elektronenhülle, die durch Röntgenstrahlung oder auch durch Emission von Auger-Elektronen abgegeben werden kann.

3. Beispiel: β^{+} -Zerfall



Hier ist das Reaktionsprodukt ${}_{14}^{30}\text{Si}$ ein einfach negativ geladenes Ion, da im Kern ja nun ein Proton fehlt.

Das emittierte Positron hat kinetische Energie, und es wird nochmal Energie frei, wenn es später mit einem Elektron zerstrahlt. Als Q-Wert der Zerfallsreaktion (ohne Vernichtungsstrahlung) erhält man:

$$\begin{aligned} Q &= \{ m_A({}_{15}^{30}\text{P}) - [m_A({}_{14}^{30}\text{Si}) + 2 \cdot m_e] \} \cdot c^2 \\ &= \{ 29,978313 - [29,973770 + 2 \cdot 0,0005486] \} \cdot \text{uc}^2 = 3,210 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Man beachte, dass durch den Term $2 \cdot m_e$ einerseits das überschüssige Elektron beim negativ geladenen Tochteratom und andererseits das Positron berücksichtigt werden. Der so berechnete Q-Wert muss positiv sein, damit die Positronen-Emission energetisch überhaupt möglich ist.

In einem massiven Präparat wird das Positron innerhalb weniger Millimeter abgebremst und zerstrahlt mit einem Elektron. Bezieht man die dabei emittierte Vernichtungsstrahlung mit ein, so ergibt sich für die gesamte, infolge eines ${}_{15}^{30}\text{P}$ -Zerfalls freiwerdende Energie

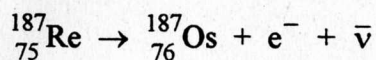
$$\begin{aligned} Q + 2 \cdot m_e c^2 &= [m_A({}_{15}^{30}\text{P}) - m_A({}_{14}^{30}\text{Si})] \cdot c^2 \\ &= [29,978313 - 29,973770] \cdot \text{uc}^2 = 4,232 \text{ MeV} . \end{aligned}$$

Darin sind die kinetischen Energien aller Reaktionsprodukte (einschließlich Positron!) und die Energie der Vernichtungsstrahlung enthalten. Dieser Wert stimmt überein mit dem Q-Wert der bei β^+ -Strahlern stets ebenfalls auftretenden Elektroneneinfang-Reaktion.

Den Schülern sollte an dieser Stelle bewusst werden, dass sich bei jeder der drei β -Zerfallsarten die freiwerdende Gesamtenergie einfach aus der Differenz der Atommassen von Mutter- und Tochternuklid ergibt. Damit kommt der Bilanzgedanke zum Ausdruck: Die freiwerdende Energie hängt nur vom Anfangs- und Endzustand und nicht vom genauen Ablauf ab. Wie das folgende Beispiel zeigt, erfolgt der Zerfall bei zwei benachbarten Isobaren immer zu demjenigen hin, das die geringere Atommasse besitzt.

4. Beispiel: β^- -Zerfall von ^{187}Re

Das Nuklid $^{187}_{75}\text{Re}$ (Rhenium) besitzt eine geringfügig größere Atommasse als das benachbarte Isobar $^{187}_{76}\text{Os}$ (Osmium). Deshalb erfolgt ein β^- -Zerfall von Re zu Os:

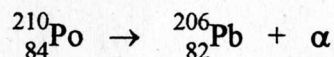


Der Q-Wert dieser Reaktion beträgt lediglich

$$Q = [m_A(^{187}_{75}\text{Re}) - m_A(^{187}_{76}\text{Os})] \cdot c^2 = [186,955751 - 186,955748] \cdot \text{uc}^2 = 3 \text{ keV.}$$

Nun ist aber bereits der Betrag der Bindungsenergie der Elektronenhülle bei $Z = 76$ um rund 12 keV größer als bei $Z = 75$. Letzten Endes erfolgt also der Zerfall in der angegebenen Richtung, weil dadurch eine günstigere Konfiguration der Hülle erreicht wird, obwohl von den Kernmassen her der angegebene Zerfall verboten und der umgekehrte Zerfall von Os zu Re durch Elektroneneinfang erlaubt wäre.

5. Beispiel: α -Zerfall



Das Tochternuklid ist zweifach negativ geladen, da sein Atomkern zwei Protonen ausgesandt hat. Das α -Teilchen repräsentiert zusammen mit diesen beiden überschüssigen Elektronen die Masse eines ^4_2He -Atoms (bis auf die geringe Bindungsenergie der Elektronenhülle in He von 79 eV). Für den Q-Wert ergibt sich daher:

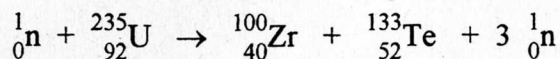
$$\begin{aligned} Q &= \{ m_A(^{210}_{84}\text{Po}) - [m_A(^{206}_{82}\text{Pb}) + m_A(^4_2\text{He})] \} \cdot c^2 \\ &= \{ 209,982858 - [205,974449 + 4,0026032] \} \cdot \text{uc}^2 = 5,408 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Soviel Energie wird insgesamt frei, sie verteilt sich im wesentlichen als kinetische Energie auf α -Teilchen und Tochteratom. Natürlich wäre es hier genauso möglich, den Q-Wert mit Hilfe

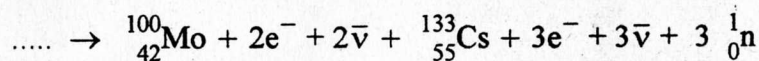
der Masse eines α -Teilchens (= Kernmasse von ${}^4_2\text{He}$) zu berechnen, wobei dann aber auch die beiden überschüssigen Elektronen explizit in der Bilanz erscheinen müssen.

6. Beispiel: Kernspaltung

Im folgenden Beispiel soll die gesamte Energieabgabe berechnet werden, die infolge der Spaltung eines ${}^{235}_{92}\text{U}$ -Atoms in einem Kernreaktor stattfindet. Die eigentliche Spaltreaktion mit einem thermischen Neutron lautet:



Die beiden neutronenreichen Spaltprodukte erreichen nach zwei bzw. drei anschließenden β^- -Zerfällen stabile Endzustände:



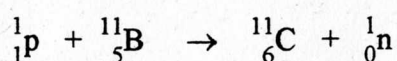
Dabei entstehen zunächst Elektronen und positive Ionen, die jedoch in einem Reaktor nach kurzer Zeit rekombinieren (wobei natürlich nicht jedes Elektron mit „seinem“ Ion rekombiniert). Es entstehen also (bis auf chemische Bindungen) neutrale Atome, und der Q-Wert lässt sich ansetzen zu:

$$\begin{aligned} Q &= \{ m_{\text{n}} + m_{\text{A}}({}_{92}^{235}\text{U}) - [m_{\text{A}}({}_{42}^{100}\text{Mo}) + m_{\text{A}}({}_{55}^{133}\text{Cs}) + 3 \cdot m_{\text{n}}] \} \cdot c^2 \\ &= \{ 1,008665 + 235,04392 - [99,90748 + 132,90545 + 3 \cdot 1,008665] \} \cdot \text{uc}^2 = 199,0 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Im Reaktor ruft durchschnittlich eines der entstandenen Neutronen die nächste Spaltung hervor. Beim Einfang der beiden überschüssigen Neutronen durch umliegende, nicht spaltbare Kerne wird zusätzliche Energie frei (ca. 10 MeV). Abgesehen von den entweichenden Neutronen führt die gesamte Energieabgabe zur Erwärmung des Reaktorkerns, so dass sich mit diesem Ergebnis leicht abschätzen lässt, wie viele Spaltungen je Sekunde erforderlich sind, um eine bestimmte Reaktorleistung im langfristigen Mittel zu erzeugen.

7. Beispiel: Kernreaktion mit Projektil

Üblicherweise ist das Projektil ein vollständig ionisierter Kern und das Target ein neutrales Atom. Beim Target sollte man - zumindest bei größerem Z - auf jeden Fall mit Atommassen rechnen. Das Projektil besitzt gewöhnlich eine kleine Kernladungszahl, so dass man eine Bindungsenergie seiner Elektronenhülle getrost vernachlässigen und seine Atom- oder Kernmasse verwenden kann. Beispiel:



Man beachte, dass das entstehende $^{11}_6\text{C}$ einfach positiv geladen ist, da im Atomkern ein Neutron gegen ein Proton ausgetauscht wurde. Es sollen zwei mögliche Berechnungsmethoden ausgeführt werden:

a) Verwendung der Kernmasse beim Projektil:

$$Q = \{ m_p + m_A(^{11}_5\text{B}) - [m_A(^{11}_6\text{C}) - m_e + m_n] \} \cdot c^2$$

$$= \{ 1,007276 + 11,009305 - [11,011433 - 0,0005486 + 1,008665] \} \cdot uc^2 = -2,76 \text{ MeV}$$

b) Verwendet man überall Atommassen, so bietet sich eine kleine Überlegung an, die das Aufstellen der Bilanz vereinfacht: Man kann auf beiden Seiten der Reaktionsgleichung je ein Elektron hinzufügen, so dass lauter neutrale Atome (und ein Neutron) vorliegen. Dies ist wegen der Ladungserhaltung immer möglich. Man erhält:

$$Q = \{ m_A(^1_1\text{H}) + m_A(^{11}_5\text{B}) - [m_A(^{11}_6\text{C}) + m_n] \} \cdot c^2$$

$$= \{ 1,007825 + 11,009305 - [11,011433 + 1,008665] \} \cdot uc^2 = -2,76 \text{ MeV}$$

Wegen des negativen Q-Wertes ist die Reaktion endotherm.

Zusammenfassung:

Die Verwendung von Atommassen trägt der Tatsache Rechnung, dass fast alle Kernumwandlungen im Innern von neutralen Atomen stattfinden. Wie aus den dargestellten Beispielen hervorgeht, lässt sich die Energiebilanz einer solchen Umwandlung nach einer einfachen Regel aus der Reaktionsgleichung aufstellen:

Man hat lediglich die Differenz der Atommassen der beteiligten Nuklide vor und nach der Reaktion zu bilden und mit c^2 zu multiplizieren. Emittierte oder eingefangene Elektronen sind dadurch automatisch berücksichtigt. Der so berechnete Q-Wert enthält die gesamte freierwerdende Energie, bis die Reaktionsprodukte im nuklearen und atomaren Grundzustand vorliegen.

Lediglich beim β^+ -Zerfall sind zwei Elektronenmassen zu subtrahieren, da sonst auch noch die Energie der Vernichtungsstrahlung eingeschlossen wäre.

Weil die Regel recht einfach und allgemein ist, sollte es im kernphysikalischen Unterricht genügen, sie an wenigen Beispielen zu erläutern, so dass man sich bald wieder auf das Wesentliche, auf die Physik der Atomkerne, konzentrieren kann. Auf die Verwendung der Rechengröße „Nuklidmasse“ soll künftig verzichtet werden.

Die in den Beispielen verwendeten Atommassen wurden der CD-ROM-Ausgabe (Version 1.0, März 1996) von *Table of Isotopes* by Richard B. Firestone, J. Wiley and Sons, New York 1996, entnommen.