

Lehrplananbindung: 12.5 Radioaktivität und Kernreaktionen, Energie- und Impulsbilanzen bei Kernreaktionen

Kompetenzen: Neben den Fachkenntnissen liegt der Schwerpunkt bei

Erkenntnisgewinnung	Fachmethoden wiedergeben	Fachmethoden nutzen	Fachmethoden problembezogen auswählen u. anwenden
Kommunikation	Mit vorgegebenen Darstellungsformen arbeiten	Geeignete Darstellungsformen nutzen	Darstellungsformen selbstständig auswählen u. nutzen
Bewertung	Vorgegebene Bewertungen nachvollziehen	Vorgegebene Bewertungen beurteilen und kommentieren	Eigene Bewertungen vornehmen

Impulserhaltung bei Kernzerfällen

Ein ruhendes Rn-219-Atom zerfällt unter Aussendung eines α - Teilchens. Seine Atommasse beträgt 219,0094748 u, die Atommasse des Reaktionsprodukts ist 214,9994146 u.

- a) Geben Sie die Reaktionsgleichung an und berechnen Sie den Q - Wert der Reaktion.

Laut Nuklidtablette beträgt die kinetische Energie der schnellsten von Rn-219 emittierten α -Teilchen $E_{\text{kin,max},\alpha} = 6,82 \text{ MeV}$. Bei der Emission dieser schnellsten α - Teilchen tritt keine γ - Strahlung auf.

- b) Erklären Sie weshalb $E_{\text{kin,max},\alpha}$ und Q unterschiedliche Werte haben.
- c) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten aller beim α - Zerfall von Rn-219 beteiligten Teilchen und bestätigen Sie damit rechnerisch die Gültigkeit des Impulserhaltungssatzes.

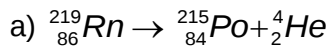
Allgemein gilt bei jedem α - Zerfall wegen des Impulserhaltungssatzes, dass ein α - Teilchen höchstens die kinetische Energie $E_{\text{kin,max},\alpha} = \frac{m_T}{m_T + m_\alpha} \cdot Q$ haben kann. Dabei ist m_T die Atommasse des Tochterkerns.

- d) Bestätigen Sie die Gültigkeit dieser Gesetzmäßigkeit für den α - Zerfall von Rn-219.
- e) Begründen Sie mit Hilfe obiger Gesetzmäßigkeit folgende Merkregel:

Je leichter ein α - Strahler ist, desto kleiner ist das Verhältnis $\frac{E_{\text{kin,max},\alpha}}{Q}$.

- f) Schätzen Sie eine untere Grenze für das Verhältnis $\frac{E_{\text{kin,max},\alpha}}{Q}$ aller Nuklide der natürlichen Zerfallsreihen ab. Beschreiben Sie wie Sie dabei vorgehen.

Lösungen:



$$Q = (m_a(\text{Rn219}) - m_a(\text{Po215}) - m_a(\text{He4})) \cdot c^2 =$$

$$= (219,0094748 - 214,9994146 - 4,002603) \cdot u c^2 = 7,457 \cdot 10^{-3} \cdot 931,49 \text{ MeV} \approx 6,95 \text{ MeV}$$

b) $E_{\text{kin,max},\alpha}$ ist kleiner als Q , da ein Teil der beim α -Zerfall frei werdenden Energie Q in kinetische Energie des Tochterkerns Po-215 (Rückstoßenergie) umgewandelt wird:

$$Q = E_{\text{kin,max},\alpha} + E_{\text{kin,Po-215}}$$

$$c) v_{\alpha} = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin,max},\alpha}}{m_{\alpha}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,82 \cdot 10^6 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,81 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

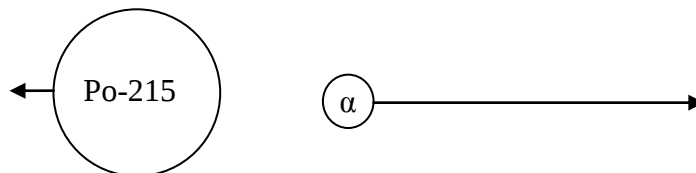
$$v_{\text{Po215}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin,Po215}}}{m_{\text{Po215}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,13 \cdot 10^6 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{215 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 3,41 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

$$p_{\alpha} = m_{\alpha} \cdot v_{\alpha} = 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ Ns}$$

$$p_{\text{Po215}} = m_{\text{Po215}} \cdot v_{\text{Po215}} = 1,2 \cdot 10^{-19} \text{ Ns}$$

Da das α -Teilchen und der Tochterkern sich aufgrund des Impulserhaltungssatzes in entgegengesetzte Richtungen bewegen, folgt unter Vorzeichen-Berücksichtigung $p_{\alpha} = -p_{\text{Po215}}$ bzw. $p_{\alpha} + p_{\text{Po215}} = p_{\text{nach dem Stoß}} = 0$, womit der Impulserhaltungssatz bestätigt ist.

Impulserhaltungssatz: $\vec{p}_{\text{vordemStoß}} = \vec{p}_{\text{nachdemStoß}} = \vec{0}$



$$d) E_{\text{kin,max},\alpha} = \frac{m_T}{m_T + m_{\alpha}} \cdot Q = \frac{215}{215 + 4} \cdot 6,95 \text{ MeV} = 6,82 \text{ MeV}$$

$$e) \frac{E_{\text{kin},\alpha}}{Q} = \frac{m_T}{m_T + m_{\alpha}}. \text{ Da im Term auf der rechten Seite } m_{\alpha} \text{ eine Konstante ist, hängt der Wert}$$

des Terms nur von m_T ab. Untersuchung des Monotonieverhaltens von $f(x) = \frac{x}{x+a}$, wobei a eine Konstante ist:

$$f'(x) = \frac{a}{(x+a)^2} > 0 \text{ für beliebige Werte von } x. \text{ Die Funktion } f \text{ ist streng monoton wach-}$$

send. Der Term $\frac{m_T}{m_T + m_{\alpha}}$ nimmt also für kleinere Werte für m_T auch kleinere Termwerte an.

f) In einer Nuklidkarte identifiziert man Po210 (Uran-Radium-Reihe) als den leichtesten α -Strahler einer natürlichen Zerfallsreihe, der zum Tochterkern Pb206 mit der Masse

$m_T = 205,974465 \text{ u}$ zerfällt. Das Verhältnis $\frac{E_{kin,\alpha}}{Q} = \frac{m_T}{m_T + m_\alpha}$ besitzt den Wert $0,98 = 98 \%$.