Link-Ebene Physik

Lehrplananbindung: 11.3 Grundaussagen der speziellen Relativitätstheorie

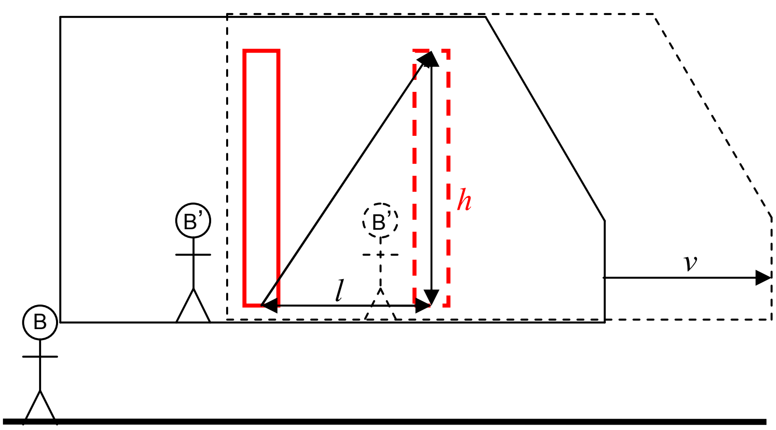
Arbeitsblatt zur quantitativen Bestimmung der Zeitdilatation am Beispiel der bewegten Lichtuhr

Während in der Newton'schen Mechanik die Zeit eine absolute Größe darstellt und in allen Systemen in gleicher Weise dahinfließt, ist dies bei der Einstein'schen Relativitätstheorie nicht der Fall. Dort gelten die beiden bereits bekannten Postulate, die experimentell vielfach untermauert sind:

1. Alle Inertialsysteme (unbeschleunigte Bezugssysteme) sind gleichberechtigt, d. h. die physikalischen Gesetze haben in allen Inertialsystemen exakt die gleiche Form. (Ein Inertialsystem ist beispielsweise eine durch den Weltraum schwebende Rakete mit ausgeschalteten Triebwerken, doch auch die Erdoberfläche oder ein mit konstanter Geschwindigkeit fahrender Zug können näherungsweise als Inertialsysteme betrachtet werden, solange man nicht die vertikale Bewegungsrichtung betrachtet)
2. Die Lichtgeschwindigkeit c hat in allen Inertialsystemen exakt den gleichen Wert $c = 300\,000\ km/s$ (genauer Wert $c = 299792458\ m/s$).

Dies hat einige erstaunliche – ebenfalls bereits bekannte – Konsequenzen. So registriert ein Beobachter, dass in einem relativ zu ihm bewegten Bezugssystem die Zeit langsamer vergeht. Beispielsweise misst ein Beobachter B' in einem schnellen Zug für einen Vorgang dort eine kleinere Zeit, als der - sich am Bahnsteig befindende - Beobachter B dafür ermittelt. Dies kann man dem Modell einer Lichtuhr nachvollziehen:

Eine Lichtuhr (ein zylindrisches Gefäß, an dessen Boden Licht ausgesandt wird und an dessen Deckel die Ankunft des Lichts registriert wird; die dazu benötigte Zeit wird gemessen) der Höhe h befinde sich in einem Zug, der sich mit konstanter Geschwindigkeit v bewegt. Aus Sicht eines mitreisenden Beobachters B' wandert das Licht senkrecht nach oben. Der mitbewegte Beobachter B' misst die Zeitspanne $\Delta t'$, die das Licht benötigt, um vom unteren Ende der Lichtuhr zum oberen zu gelangen.



Aufgabe 1:
Begründen Sie, dass für B' gilt $h = c\,\Delta t'$ **(I)** und berechnen Sie, wie lange es aus Sicht des mitbewegten Beobachters B' dauert, bis das Licht eine Lichtuhr der Höhe $h = 300{,}0\ m$ durchläuft.

(zur Kontrolle $\Delta t' = 1{,}000\ \mu s$)

Ein am Bahnsteig stehender Beobachter B, der die Lichtuhr im Zug mit der Geschwindigkeit v an sich vorbeisausen sieht, beobachtet, wie das Licht entlang der Hypotenuse s eines rechtwinkligen Dreiecks wandert. Denn während sich das Licht nach oben bewegt, fährt der Zug um die Strecke $l = v\,\Delta t$ **(II)** weiter, wenn Δt aus seiner Sicht das Zeitintervall ist, welches das Licht benötigt, um vom unteren zum oberen Ende der Lichtuhr zu gelangen.

Aufgabe 2:
Begründen Sie, dass für B der Zusammenhang $s = c\ \Delta t$ **(III)** gilt und leiten Sie daraus die Bedingung

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}}\Delta t' \quad \textbf{(IV)}$$

her.
Hinweis: Berechnen Sie zuerst die Hypothenuse *s* des rechtwinkligen Dreiecks mit Hilfe des Satzes von Pythagoras. Setzen Sie das Ergebnis in **(III)** ein.

Aufgabe 3
Die Formel **(IV)** besagt, dass Beobachter B' für denselben Prozess in seinem Zug eine kleinere Zeit misst, als Beobachter B, der den Prozess vom Bahnsteig aus betrachtet. Diskutieren Sie, wie man zu dieser Aussage kommt.

Relativistische Effekte zeigen sich nur bei sehr hohen Geschwindigkeiten. Nehmen Sie deshalb für die nächste Aufgabe an, dass der Zug sehr schnell mit v = 40 000 *km/s* (also eine Erdumrundung pro Sekunde) fährt.

Aufgabe 4
Zeigen Sie, dass für den am Bahnsteig ruhenden Beobachter B das Licht vom Boden zum Deckel der Lichtuhr nicht 1,000 *µs*, sondern 1,009 *µs* benötigt. Begründen Sie warum B mit Fug und Recht behaupten kann: „Die bewegte Uhr im Zug geht langsamer".

Aufgabe 5
Welche bemerkenswerten Konsequenzen haben Ihre Ergebnisse im Bezug auf den Begriff der Gleichzeitigkeit? Diskutieren Sie den Fall, dass sich B und B' darüber einig sind, dass das Licht zum gleichen Zeitpunkt das untere Ende der Lichtuhr verlässt.

Aufgabe 6
Nehmen Sie nun an, dass auch der Beobachter B am Bahnsteig eine Lichtuhr aufgebaut hat und diskutieren Sie die Frage, für welchen Beobachter diese Uhr nun langsamer geht. Bedenken Sie dabei, dass man Zug und Bahnsteig gleichermaßen als Inertialsysteme betrachten kann. Informieren Sie sich im Schulbuch oder im Netz über das Zwillingsparadoxon.

Zeitrahmen: ca. 2 Unterrichtsstunden

Unterrichtsgeschehen und Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler…

- kennen und verstehen die Postulate der speziellen Relativitätstheorie,
- erarbeiten mithilfe der Aufgaben 1 – 3 selbständig die Beziehung für die Zeitdilatation.
- verstehen, dass die Postulate der Relativitätstheorie zur Aufgabe des absoluten Zeitbegriffs führen,
- können einfache Berechnungen zur Zeitdilatation anstellen,
- diskutieren den Satz „Bewegte Uhren gehen langsamer.“ sowie den Begriff der Gleichzeitigkeit.