

M 10.4 Stochastik: Zusammengesetzte Zufallsexperimente

Die Aufgaben weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll. Unter dem Aspekt der Differenzierung werden jedoch weitere Aufgaben, die von diesem Niveau abweichen, von den Schülern bearbeitet werden.



1. Beim Werfen eines Oktaeders, dessen acht Seitenflächen mit den Ziffern 1 bis 8 beschriftet sind, hat Manfred auf das Ereignis A: „Es wird die 1 oder die 8 geworfen“ gesetzt.
 - a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A an.
 - b) Manfred kann zunächst nur erkennen, dass die 5 nicht gewürfelt wurde. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er daraufhin auf einen Gewinn hoffen?
 - c) Manfred kann zunächst nur erkennen, dass die gewürfelte Augenzahl 6 oder 8 ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er daraufhin auf einen Gewinn hoffen?
 - d) Geben Sie eine Bedingung B an, so dass $P_B(A) = P(A)$ ist.
2. Oma hat in einer Schublade 18 blaue und 12 andersfarbige Kugelschreiber. Bei sieben blauen Kugelschreibern und bei fünf der anderen ist die Mine eingetrocknet.
 - a) Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten.
 - b) Oma greift ohne hinzusehen in die Schublade und nimmt einen Kugelschreiber heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist seine Mine nicht eingetrocknet?
 - c) Oma hat einen blauen Kugelschreiber aus der Schublade genommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit „schreibt“ er?
 - d) Erstellen Sie ein Baumdiagramm, mit dem die Fragen b) und c) beantwortet werden können.
3. Herr Huber hat eine Alarmanlage in seinem Auto installiert. Es werden die Ereignisse A: „Alarmanlage springt an“ und K: „Jemand versucht, das Auto aufzubrechen“ betrachtet. Beschreiben Sie folgende bedingte Wahrscheinlichkeiten mit Worten: $P_K(A)$, $P_K(\bar{A})$, $P_{\bar{K}}(A)$, $P_A(K)$. Welche dieser bedingten Wahrscheinlichkeiten sollten hoch bzw. niedrig sein?
4. Im Jahr 200X waren in Deutschland ungefähr 0,1 % der Bevölkerung mit HIV infiziert. Mit Hilfe eines HIV-Tests kann festgestellt werden, ob eine Infektion vorliegt. Wenn ein Test eine Erkrankung anzeigt, nennt man das Ergebnis „positiv“, unabhängig davon, ob die Krankheit tatsächlich vorhanden ist oder nicht. Bei einer mit HIV infizierten Person beträgt die Wahrscheinlichkeit 99,9 %, dass der Test positiv ausfällt. Wenn eine Person nicht infiziert ist, dann beträgt die Wahrscheinlichkeit 99,7 %, dass der Test „negativ“ ausfällt.
 - a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Ergebnis eines HIV-Tests „positiv“ ausfällt.
 - b) Der Arzt teilt ein positives Testergebnis mit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Person tatsächlich infiziert ist?

[Kommentar: Eine Umrechnung der Prozentangaben in absolute Häufigkeiten – beispielsweise bezogen auf 1000000 Personen – erleichtert das Verständnis bedingter Wahrscheinlichkeiten. Mit einer Vierfeldertafel oder einem geeigneten

Baumdiagramm können die gesuchten Wahrscheinlichkeiten unschwer bestimmt werden. Bei keiner Aufgabe dieser Art ist an die Anwendung der Formel von Bayes gedacht.]