M 9.3 Erweiterung des Potenzbegriffs

Die Aufgaben 1 bis 4a weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll. Unter dem Aspekt der Differenzierung werden jedoch weitere Aufgaben, die von diesem Niveau abweichen, von den Schülern bearbeitet werden.

1. Gib jeweils den Potenzwert ohne Verwendung des Taschenrechners an:

   $8^{\frac{2}{3}}$; $4^{-\frac{1}{2}}$; $\sqrt[7]{128}$; $1024^{-\frac{3}{10}}$; $0{,}04^{\frac{3}{2}}$; $\sqrt[4]{0{,}0001}$;
   $\left(\sqrt[3]{512}\right)^2$; $8^{-0{,}2} : 0{,}25^{-0{,}2}$

2. Sind die folgenden Terme äquivalent?

   $\left(\sqrt[4]{x}\right)^2$ und $\sqrt[4]{x^2}$

3. Fasse so weit wie möglich zusammen:

   $\sqrt[3]{z \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{z}}}$; $\sqrt[3]{8e^6} \cdot \left(e^{\frac{3}{5}}\right)^{-\frac{10}{3}}$; $y^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{-0{,}75} \cdot \left(\sqrt[4]{y}\right)^5$; $u^{-0{,}5} : \left(u^{-\frac{1}{3}} \cdot u^{-\frac{1}{6}}\right)$

4. Bestimme die Lösungsmenge:

   a) $\sqrt[5]{x} = 3$; $\sqrt[5]{x} = -3$; $x^{\frac{3}{2}} = 27$; $x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{8}$; $x^{-\frac{1}{2}} < \frac{1}{2}$

   b) $\sqrt[3]{2x - 1} = 2$; $(2x + 1)^{-3} = 8$; $(2x + 3)^{-4} = 0{,}0625$

[Kommentar: Während sich die Lösungen von Teilaufgabe 4a unmittelbar aus der Definition allgemeiner Wurzeln ergeben, bedürfen die Gleichungen der Teilaufgabe 4b sicherlich einer Hinführung durch die Lehrkraft. Sie stellen eine Möglichkeit dar, die Inhalte dieses Lehrplankapitels zu vertiefen.]