M 9.2.2 Quadratische Funktionen in Anwendungen

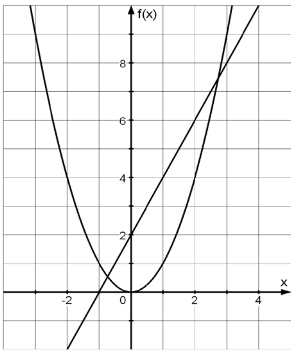
Die folgenden Aufgaben weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll. Unter dem Aspekt der Differenzierung werden jedoch weitere Aufgaben, die von diesem Niveau abweichen, von den Schülern bearbeitet werden.

1. Bestimme die Schnittpunkte der Geraden $y = x - 1{,}5$ mit der Parabel $y = x^2 - 4x + 2{,}5$ rechnerisch. Kontrolliere dein Ergebnis graphisch.

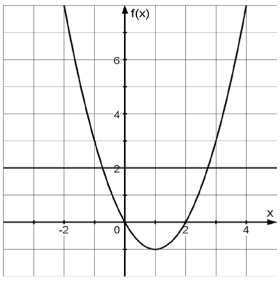
2. Gib jeweils die Gleichung einer Parabel an, die mit der Parabel $y = x^2 + 2x$ keinen, einen bzw. zwei verschiedene Schnittpunkte hat.

3. Christian, Manfred und Peter sollten als Hausaufgabe die Gleichung $x^2 - 2x - 2 = 0$ graphisch lösen. Sie sind dabei unterschiedlich vorgegangen, aber alle auf die gleichen Näherungslösungen $x_1 \approx -0{,}7$ und $x_2 \approx 2{,}7$ gekommen.

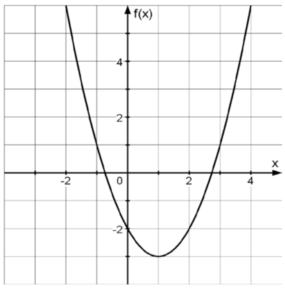
Christian:



Manfred:



Peter:



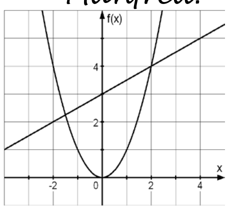
a) Überprüfe die Näherungslösungen rechnerisch.

b) Erläutere die Vorgehensweisen von Christian, Manfred und Peter.

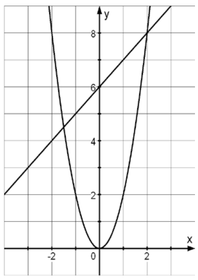
c) Ermittle mit allen drei Verfahren die Lösungen der Gleichung $x^2 + 3x + 2 = 0$. Welches Verfahren erscheint dir am günstigsten? Begründe.

d) Manfred und Peter sind von Christians Methode begeistert und versuchen, damit die Gleichung $2x^2 - x - 6 = 0$ lösen. Sie gehen dabei aber unterschiedlich vor. Welche Ergebnisse erhalten sie? Überprüfe rechnerisch. Wer von beiden ist deiner Meinung nach geschickter vorgegangen? Begründe.

Manfred:



Peter:



[Kommentar: Sofern bei der Behandlung quadratischer Funktionen bereits auf einfache Schnittprobleme eingegangen wurde, kann diese Aufgabe auch im Rahmen des Lehrplankapitels M 9.2.1 bearbeitet werden.]

4. Gegeben sind zwei Funktionen mit den Gleichungen y = x + 1 und $y = \frac{1}{2x}$.

   a) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem und lies die Koordinaten der Schnittpunkte näherungsweise ab.

   b) Bestimme anschließend die Koordinaten der Schnittpunkte exakt.

5. Vereinfache so weit wie möglich: $2x : \frac{4}{x}$; $2 - \frac{2x}{x-1}$; $\frac{6+2z}{z^2+6z+9}$; $\frac{3}{z+3} - \frac{3}{z-3}$

6. Gib jeweils die maximale Definitionsmenge an: $\frac{4x-3}{2x-5}$; $\frac{1}{-x^2+6x-9}$

7. Bestimme jeweils die maximale Definitionsmenge und untersuche, ob die Terme $\frac{a-2}{8-8a+2a^2}$ und $\frac{1}{2a-4}$ äquivalent sind.

8. Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen ($\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$) und kontrolliere dein Ergebnis graphisch, z. B. mit Hilfe eines Funktionsplotters.

   a) $11 = 2x + \frac{12}{x}$

   b) $3(x+2) - \frac{30}{x} = 0$

9. Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Bruchgleichungen:

   a) $\frac{30}{x} - \frac{16}{x+1} = \frac{13}{x-2}$

   b) $\frac{4}{x} - \frac{x}{4} = \frac{8}{x} - \frac{3x}{4}$

   c) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2}{x^2-1}$

   d) $\frac{x}{x^2-4x} = 2$

   e) $\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x+2}{x^2+4x+4}$