

M 9.2.1 Graphen quadratischer Funktionen

Die Aufgaben 1 bis 4 weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll. Unter dem Aspekt der Differenzierung werden jedoch weitere Aufgaben, die von diesem Niveau abweichen, von den Schülern bearbeitet werden. Die Aufgaben 5 und 6 zeigen eine Möglichkeit auf, Inhalte dieses Lehrplankapitels zu vertiefen.

1. Berechne für die Funktionen f_1 bis f_3 , deren Terme im Folgenden gegeben sind, die Nullstellen und die Stellen, an denen der Funktionswert 2 angenommen wird. Zeichne die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

a) $f_1(x) = x^2 - 4x + 6$

b) $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1\frac{1}{2}$

c) $f_3(x) = -x^2 + 5x - 4$

2. Berechne möglichst geschickt die Lösungen der folgenden Gleichungen. Überprüfe deine Ergebnisse graphisch, z. B. mit Hilfe eines Funktionsplotters.

a) $2x^2 + 16 = 12x$

b) $2 = (3 + x)^2$

c) $-x^2 - 2 = 0,25 + 9x$

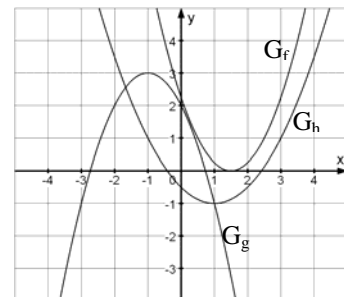
d) $2x + x + 16 = 0$

e) $t^2 + \sqrt{2}t - 1 = 0$

f) $x^2 - x = x - x^2$

[Kommentar: Im Sinne kumulativen Lernens ist es sinnvoll, im Zusammenhang mit dem Lösen quadratischer Gleichungen gelegentlich auch lineare Gleichungen aufzugreifen.]

3. a) Lies aus nebenstehender Abbildung mögliche Funktionsterme der Funktionen f , g und h ab.
b) Bestimme die Lösung der Gleichung $f(x) = g(x)$ und interpretiere die Lösung graphisch.



4. Gib jeweils eine quadratische Gleichung mit der angegebenen Eigenschaft an:
- Die Gleichung hat nur die Lösung -2 .
 - Die Gleichung hat keine Lösungen.
 - Die Gleichung hat die Lösungen -2 und 2 .
 - Die Gleichung hat die Lösungen -1 und -3 .

[Kommentar: Die Bearbeitung dieser Aufgabe ist auch ohne Behandlung des Satzes von Vieta möglich, z. B. über das Auffinden einer entsprechenden quadratischen Funktion mit den jeweiligen Nullstellen.]

5. a) Löse die vier nachfolgend angegebenen Gleichungen:

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$0,5(x - 2)^2 = 0$$

$$0,5x^2 - 2x + 2 = 0$$

b) Für eine Schulaufgabe soll eine quadratische Gleichung mit den Lösungen $x_1 = -3$ und $x_2 = 2$ entworfen werden; die Gleichung $x^2 + x - 6 = 0$ erfüllt diese Vorgabe. Beschreibe, wie man – ausgehend von den Lösungen – auf diese Gleichung kommt.

c) Bestimme die Funktionsgleichungen von drei **verschiedenen** quadratischen Funktionen f_1 , f_2 und f_3 nach folgenden Vorgaben: f_1 soll nur die Nullstelle $x = 5$ haben, f_2 und f_3 sollen jeweils die beiden Nullstellen $x_1 = 1 + \sqrt{5}$ und $x_2 = 1 - \sqrt{5}$ besitzen.

[Kommentar: Auch ohne Behandlung des Satzes von Vieta kann der Zusammenhang zwischen den Lösungen und der faktorisierten Form einer Gleichung hergestellt werden.]

6. Welche Werte kann die Variable t annehmen, so dass die folgenden Aussagen richtig sind:

a) Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2 + tx + 1$ verläuft vollständig oberhalb der x -Achse.

b) Der Scheitel des Graphen der Funktion f mit $f(x) = -x^2 - tx - 2$ liegt auf der x -Achse.

c) Der Scheitel des Graphen der Funktion f mit $f(x) = -x^2 - tx - 2$ liegt auf der y -Achse.

d) Die Funktion f mit $f(x) = tx + 1$ besitzt genau eine Nullstelle.

*[Kommentar: Der Lehrplan sieht **keine** Behandlung quadratischer Gleichungen mit **Formvariablen** vor. Diese Aufgabe zeigt eine Möglichkeit auf, bisherige Standardaufgaben durch kleine Umformulierungen mit der Intention des neuen Lehrplans kompatibel zu machen und Inhalte nach eigenem didaktisch-methodischen Ermessen zu vertiefen. **Derartige Vertiefungen dürfen jedoch nicht zu Lasten anderer, vom Lehrplan vorgeschriebener Inhalte erfolgen.**]*