M 9.1 Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

Die folgenden Aufgaben weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll. Unter dem Aspekt der Differenzierung werden jedoch weitere Aufgaben, die von diesem Niveau abweichen, von den Schülern bearbeitet werden.

1. Gib jeweils die maximale Definitionsmenge an und schreibe – wenn möglich – ohne Wurzelzeichen:

$\sqrt{49a^4b^2}$; $\sqrt{(-b)^2}$; $\sqrt{-b}^2$; $\sqrt{(1-2x)^2}$; $\sqrt{(x-y)^2}$; $\sqrt{x^2+y^2}$; $\sqrt{x^2\cdot y^2}$

[Kommentar: Das formale Auflösen von Beträgen soll nicht überbetont werden; insbesondere beim Radizieren von Summentermen kann der Wurzelwert auch in Betragsschreibweise angegeben werden, z. B. $\sqrt{(1-2x)^2} = |1-2x|$*.]*

2. a) Für welche Werte von x ist die „Aussage“ jeweils wahr?

$\sqrt{x^2} = -x$; $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$

b) Vereinfache den Term $\sqrt{169}\cdot x + \sqrt{169\cdot x^2}$ und gib an, für welche Werte von x sich der Termwert 0 ergibt.

[Kommentar: Nicht das formale Auflösen von Beträgen, sondern der verständnisorientierte Umgang damit – insbesondere beim Fall „|x| = –x für x ≤ 0“ – steht im Vordergrund. Bei Teilaufgabe 2b ist z. B. folgende Lösungsidee möglich: „Da |x| nie negativ ist, gilt 13x +13 |x| = 0, falls x ≤ 0 ist.“]

3. Vereinfache jeweils so weit wie möglich:

a) $\left(1-\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{3}\right)$

b) $\left(\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right)^2$

c) $\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\sqrt{12}-3\sqrt{\frac{1}{27}}\right)$

d) $\left(2\sqrt{108}-7\sqrt{54}\right):\sqrt{27}$

e) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2$

f) $2\sqrt{7}-3\left(1-\sqrt{28}\right)$

g) $3\sqrt{63}+6\sqrt{72}-4\sqrt{28}-17\sqrt{8}$

h) $\sqrt{\frac{a}{2-a}}\cdot\sqrt{2a-a^2}$ mit $a \in [0; 2[$

i) $\sqrt{\frac{a}{3b}}:\sqrt{\frac{b^3}{27a}}$ (a und b jeweils positiv)

j) $\sqrt{xy^2}\cdot\sqrt{\frac{8}{y^2}}-\sqrt{2x}$; $\sqrt{xy^2}\cdot\sqrt{\frac{8}{y^2}}-2\sqrt{x}$; $\sqrt{xy^2}\cdot\sqrt{\frac{8}{y^2}}-x\sqrt{2}$ (x und y jeweils positiv)

[Kommentar: Wie bereits im Vortext erwähnt, ermöglichen moderne Taschenrechner auch das Rechnen mit Wurzeln. Nichtsdestoweniger müssen die Grundfertigkeiten im händischen Rechnen mit Wurzeln sichergestellt sein; zudem erleichtert das *Rechnen mit Zahltermen den Übergang zum Rechnen mit Variablen.]*

4. a) Begründe, dass für positive a gilt: $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

   b) Mache den Nenner rational. Vereinfache so weit wie möglich.

   $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\frac{5}{2\sqrt{3}}$; $\frac{25}{\sqrt{125}}$; $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$