Beispielaufgaben zum Begründen im geometrischen Kontext

Die Beispielaufgaben verlangen verschieden umfangreiche Begründungen. Das empfundene Anspruchsniveau hängt dabei maßgeblich vom Unterricht im Vorfeld der Aufgabenbearbeitung und vom zeitlichen Abstand zur Behandlung der jeweiligen Lerninhalte ab. Den jeweils angefügten Kommentaren kann entnommen werden, welche Beispielaufgaben ein Niveau aufweisen, das erreicht und gehalten werden soll, bzw. wo dieses Niveau überschritten wird. Unter dem Aspekt der Differenzierung bietet es sich jedoch an, auch derartige Aufgaben – unter angemessener Führung durch die Lehrkraft – von den Schülern bearbeiten zu lassen.

1. a) Können in einem Dreieck zwei Innenwinkel stumpf sein? Begründe deine Antwort.

   b) Christian will mit dir wetten, dass er ein Viereck mit drei stumpfen Winkeln zeichnen kann. Gehst du auf diese Wette ein?

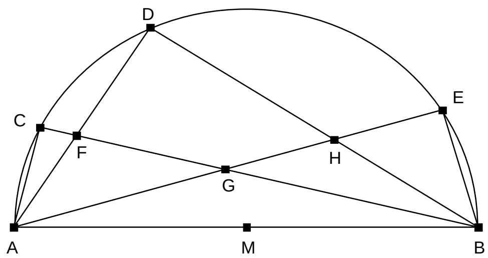
   c) Kann es ein Dreieck mit folgenden Winkelmaßen geben? Begründe.

   $\alpha + \beta = 72{,}4°$ und $\beta + \gamma = 107{,}6°$

   d) In einer Intensivierungsstunde hörst du, wie Monika am Nebentisch zu Peter sagt: „Wenn du mir irgendeine Winkelsumme nennst, kann ich dir sofort sagen, ob es ein Vieleck mit dieser Winkelsumme gibt, und welche Eckenzahl es dann hat.“ Wie geht Monika vor?

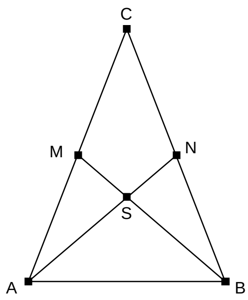
   [Kommentar: Bei dieser Aufgabe kann anhand von Termen argumentiert werden; Teilaufgabe b lässt auch eine Argumentation über ein gezeichnetes Beispielviereck zu. Die Teilaufgaben a bis c weisen ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll, während Teilaufgabe d – abhängig von den zuvor bearbeiteten Aufgaben – vermutlich über dieses Niveau hinausgeht. Sie stellt eine weiterführende Anwendung zur „Winkelsumme in Dreieck“ dar. Der Lehrplan schreibt die Behandlung von Winkelsummen bei n-Ecken, n > 4, nicht verpflichtend vor.]

2. Finde in nachstehender Figur möglichst viele gleich große Winkel. Begründe deine Antwort jeweils.



   [Kommentar: Vom Schüler ist zu erwarten, dass er die rechten Winkel bei C, D und E (Thaleskreis) sowie die Gleichheit der Scheitelwinkel an den Schnittpunkten der Katheten erkennt und begründen kann. Der Nachweis der Gleichheit z. B. der Winkel ∢EAC und ∢EBC ist wesentlich anspruchsvoller und bedarf in der Regel einer gewissen Führung.]

3. In nachstehender Figur sind M und N die Mittelpunkte der Schenkel des gleichschenkligen Dreiecks ABC.

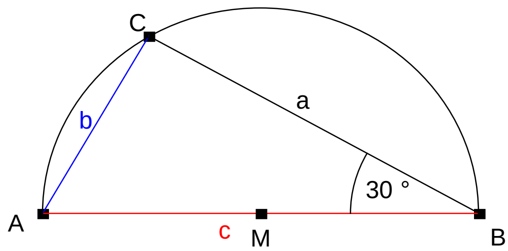


   a) Begründe die Kongruenz der Dreiecke ABN und ABM.

   b) Finde mindestens noch ein weiteres Paar zueinander kongruenter Teildreiecke und begründe ebenfalls die Kongruenz.

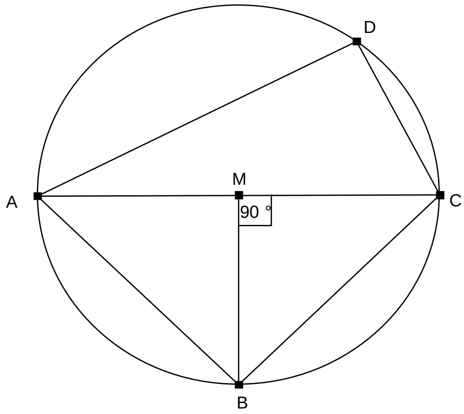
   [Kommentar: Teilaufgabe a spiegelt ein Niveau wider, das erreicht und gehalten werden soll. Das Anspruchsniveau der gesamten Aufgabe lässt sich durch eine weniger vorstrukturierte Formulierung erhöhen.]

4. Begründe, dass in nachstehender Figur $b = \frac{1}{2}c$ gilt.



   [Kommentar: Die Aufgabe ist zwar durch das Fehlen der Hilfslinie [MC] anspruchsvoll, hat aber in zeitlicher Nähe zur Behandlung des Satzes von Thales ein Niveau, dass erreicht werden soll.]

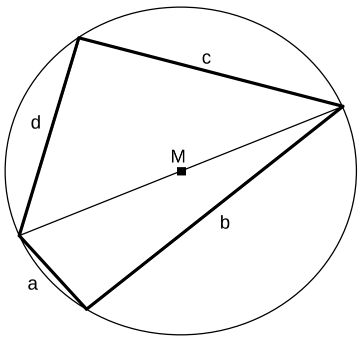
5. Berechne den Flächeninhalt des Vierecks ABCD aus folgenden Angaben und beschreibe dein Vorgehen: $\overline{AC} = 13\ \text{cm}$, $\overline{DC} = 5\ \text{cm}$, $\overline{AD} = 12\ \text{cm}$



[Kommentar: Diese Aufgabe verknüpft im Sinne des kumulativen Aufbaus des Lehrplans aktuell erworbene Kenntnisse (Thaleskreis) mit Kenntnissen und Fertigkeiten der vorherigen Jahrgangsstufe (Strategien zur Inhaltsbestimmung von Flächen). Sie weist ein Niveau auf, das erreicht und gehalten werden soll.

*Der Lehrplan sieht **keine** systematische Behandlung von Sehnenvierecken vor!]*

6. Klaus behauptet: „Bei Vierecken, die einen Umkreis besitzen und bei denen eine Diagonale durch den Umkreismittelpunkt verläuft, lässt sich aus den vier Seitenlängen a, b, c und d der Flächeninhalt mit der Formel $A = \frac{1}{2} \cdot (ab + cd)$ berechnen.



Hat Klaus damit Recht? Begründe deine Aussage.

[Kommentar: Die Aufgabe verknüpft im Sinne des kumulativen Aufbaus des Lehrplans aktuell erworbene Kenntnisse (Thaleskreis, Termumformungen) mit Kenntnissen und Fertigkeiten aus der vorherigen Jahrgangsstufe (Strategien zur Inhaltsbestimmung von Flächen). Die Lösung dieser Aufgabe bedarf in der Regel einer gewissen Führung durch die Lehrkraft; z. B. bietet sich folgender Hinweis an: „Schreibe zuerst das Produkt als Summe.“

*Der Lehrplan sieht **keine** systematische Behandlung von Sehnenvierecken vor!]*