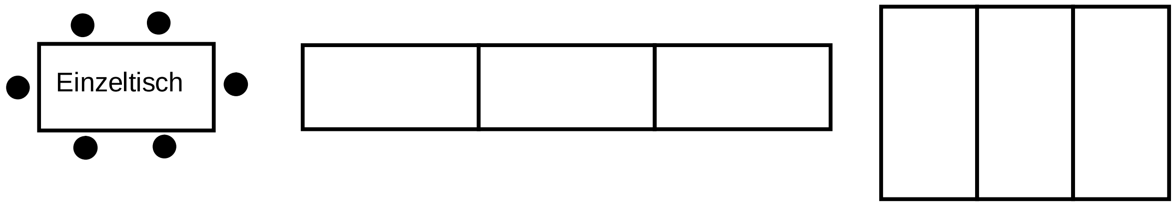
M 7.2.2 Term und Abhängigkeit – Aufstellen von Termen

Bei den folgenden Aufgaben steht das **Aufstellen eines Terms** im Vordergrund. Nennen die Schüler mehrere Terme zur Lösung, so sollte deren Äquivalenz nicht durch algebraische Umformungen, sondern durch inhaltliches Argumentieren begründet werden.

Die folgenden Aufgaben veranschaulichen exemplarisch, aus welchen Bereichen Anregungen zum Aufstellen von Termen kommen können. Einen Anknüpfungspunkt im Sinne kumulativen Lernens bilden beispielsweise die Formeln für den Flächeninhalt von Figuren.

Der Schwerpunkt des Unterrichts darf keinesfalls auf den altbekannten „formalisierten" Standardaufgaben wie „Subtrahiere die Summe von a und b vom Produkt dieser Variablen" liegen.

1. Für ein Festessen sollen Einzeltische für je sechs Personen zu einer großen Tafel zusammengestellt werden. Es werden zwei Möglichkeiten betrachtet, dies zu tun: Die Tische können an den Schmal- oder Längsseiten zusammengestellt werden.



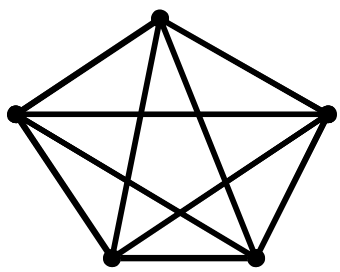
   a) Wie viele Personen können bei jeder Tischanordnung insgesamt Platz nehmen, wenn 3 (n) Tische zusammengestellt werden?

   [Kommentar: Für den Fall, dass die Tische an den Schmalseiten zusammengestellt werden, liegen folgende Terme für die Anzahl der Personen nahe:
   $4 \cdot n + 2$ oder $6 \cdot n - (n - 1) \cdot 2$ (an jedem Tisch 6 Personen abzüglich $(n - 1) \cdot 2$ Personen an den Stirnseiten). Analog lassen sich Lösungen für die andere Tischanordnung finden.]

   b) Der Gastgeber hat so viele Gäste eingeladen, dass bei keiner der beiden möglichen Tischanordnungen 5 Tische genügen. Wenn er einen weiteren Tisch hinzufügt, ist die Anzahl der Plätze ausreichend. Wie viele Personen nehmen am Festessen teil?

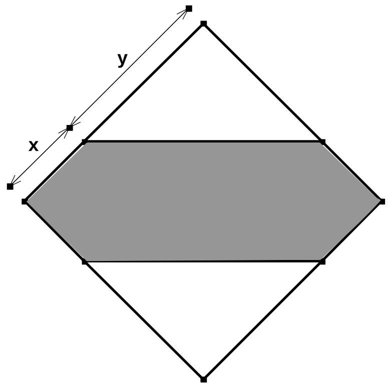
   [Kommentar: Die Aufgabe kann vereinfacht werden, wenn nach der Anzahl der Personen gefragt wird, die mindestens bzw. höchstens am Festessen teilnehmen.]

2. Bei einem Tennisturnier mit 5 (10, n) Teilnehmern spielt jeder einmal gegen jeden. Wie viele Spiele finden statt?
   [Kommentar: Eine Möglichkeit, diese Aufgabe zu lösen, besteht darin, die Situation graphisch zu veranschaulichen: Jeder Verbindung zweier Punkte (Spieler) entspricht eine Begegnung. Von jedem der n Punkte gehen $(n - 1)$ Verbindungen aus. Berücksichtigt man, dass dabei jede Verbindung doppelt gezählt wird, ergeben sich insgesamt $n(n - 1) : 2$ verschiedene Verbindungen.



Das „Netz“ der Verbindungsstrecken lässt sich auch sukzessive aufbauen: Zwischen zwei Punkten gibt es 1 Verbindung. Kommt ein dritter Punkt hinzu, so entstehen 2 zusätzliche Verbindungen. Bei einem vierten Punkt entstehen 3 neue Verbindungen. Kommt schließlich der n-te Punkt hinzu, so muss dieser mit allen bereits vorhandenen n – 1 Punkten verbunden werden. Als Gesamtsumme der möglichen Verbindungen ergibt sich 1 + 2 + 3 + ... + (n – 1).]

3. In das Quadrat ist ein grau gefärbter „Doppelpfeil“ eingezeichnet. Gib den Flächeninhalt des Doppelpfeils in Abhängigkeit von x und y an.



[Kommentar: Das nahe liegende Ergebnis $A = (x + y)^2 - y^2$ soll nicht algebraisch vereinfacht werden, dies wird später thematisiert. Falls die Lösung $A = x^2 + 2xy$ von einem Schüler gebracht wird, sollte die Äquivalenz der Terme nicht durch Termumformung, sondern durch Verifikation des Terms anhand einer Zeichnung begründet werde. Die Flächen A_2 und A_3 sind Parallelogramme mit Grundlinie x und Höhe y.]