

1. Berechne für ein Rechteck die fehlenden Größen:

	Länge l	Breite b	Flächeninhalt A	Umfang u
a)	5 cm	7 dm		
b)	30 cm			1,4 m
c)		120 m	6 ha	
d)	80 cm		4 m ²	

Teilaufgabe a) dient zum „Aufwärmen“.

Im Sinne des Lehrplans sollte in Jahrgangsstufe 5 das Auflösen der Grundformeln $A = l \cdot b$ oder $u = 2 \cdot (l + b)$ nach l oder b sowie ein anschließendes Auswendiglernen der abgeleiteten Formeln durch eine verständnisorientierte, konkret an vorgegebene Werte gebundene Lösung einer Fragestellung ersetzt werden.

Teilaufgabe b) beruht z. B. auf der Erkenntnis „Ich muss vom halben Umfang die Länge subtrahieren“: $b = 14 \text{ dm} : 2 - 3 \text{ dm} = 4 \text{ dm} = 40 \text{ cm}$

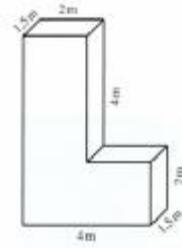
Die Teilaufgaben c) und d) erfordern vom Schüler die Division des Flächeninhalts durch die Länge bzw. Breite. Dabei kann auf die in der Grundschule angelegte Idee der sog. „Umkehraufgabe“ zurückgegriffen werden:

$$l = 60000 \text{ m}^2 : 120 \text{ m} = 500 \text{ m};$$

$$b = 400 \text{ dm}^2 : 8 \text{ dm} = 50 \text{ dm} = 5 \text{ m}$$

$$\text{bzw. } b = 40000 \text{ cm}^2 : 80 \text{ cm} = 500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$$

2. Die Firma LEPO möchte ihr Firmenlogo, den Großbuchstaben L, auf dem Dach drehbar anbringen. Dazu muss die Oberfläche mit einer speziellen Farbe beschichtet werden. Wie teuer kommt die Farbe, wenn für einen Quadratmeter 1,75 € veranschlagt werden?



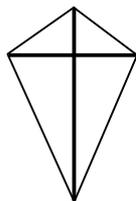
Die Berechnung des Oberflächeninhalts kann auf verschiedenen Wegen erfolgen:

- Man berechnet den Inhalt jeder Teilfläche einzeln, z. B. mit Zerlegung der vorderen und hinteren Begrenzungsfläche in Teilrechtecke (ggf. auch Ergänzungsmethode).
- Erkenntnis, dass die rechten Seitenflächen zusammen ebenso groß sind wie die linke Seitenfläche als Ganzes; Analoges gilt für die beiden oberen Begrenzungsflächen im Vergleich zur unteren Begrenzungsfläche.
- Man ergänzt den Körper zu einem vollständigen Quader und berechnet dessen Oberflächeninhalt. Anschließend ist nur noch die vordere und hintere Ergänzungsfläche zu subtrahieren.
- Man betrachtet zwei separate Quader, berechnet jeweils die Oberflächen, addiert diese und subtrahiert zweimal die „Klebefläche“.
- ...

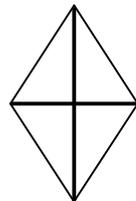
Im Sinne des Lehrplans sollten verschiedene Lösungsstrategien mit den Schülern erarbeitet und durchgesprochen werden. Die Schüler dürfen nicht im Hinblick auf nur eine Methode „trainiert“ und festgelegt werden.

3. Peter, Monika und Manfred basteln in der Gruppenstunde der KJG einen Papierdrachen. Jeder der drei erhält von der Gruppenleiterin Gabi zwei Holzstäbe der Länge 50 cm und 75 cm. Außerdem ist genügend Faden, Schnur und Papier zum Bespannen vorhanden.

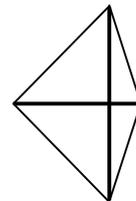
Zunächst fertigt jedes Kind aus den Stäben gemäß Anleitung ein Kreuz als Grundgerüst und spannt dann einen Faden außen herum:



Peter



Monika



Manfred

Manfred behauptet, sein Drache verbrauche beim Bespannen am wenigsten Papier. Monika und Peter überlegen kurz, vergewissern sich bei Gabi und kontern dann.

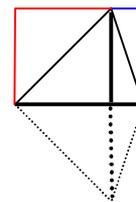
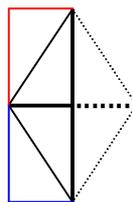
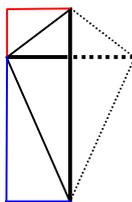
Was werden sie Manfred wohl sagen?

Möglicher Ablauf bei der Bearbeitung der Aufgabe:

Die Berechnung des Flächeninhalts (idealer Papierbedarf ohne Klebeüberstände usw.) bzw. die Argumentation kann unterschiedlich erfolgen:

1. Möglichkeit

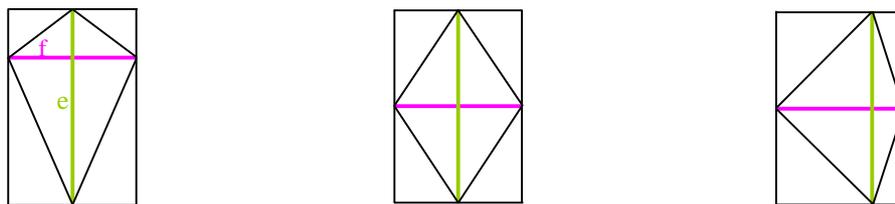
Durch „Zerschneiden längs der Holzstäbe“ und geschicktes Zusammenlegen der Teile entsteht jeweils ein Rechteck:



Im konkreten Fall berechnen Peter und Monika den Flächeninhalt des Rechtecks aus den Seitenlängen 75 cm (Teilungspunkt unerheblich) und 25 cm, d. h. der halben Diagonalenlänge (Ergebnis: 1875 cm^2). Für Manfreds Drachen rechnet man analog mit 37,5 cm sowie 50 cm und erhält das gleiche Ergebnis.

2. Möglichkeit

Eine geschickte Ergänzung des Drachenvierecks zu einem großen Rechteck liefert eine allgemeine Lösung:

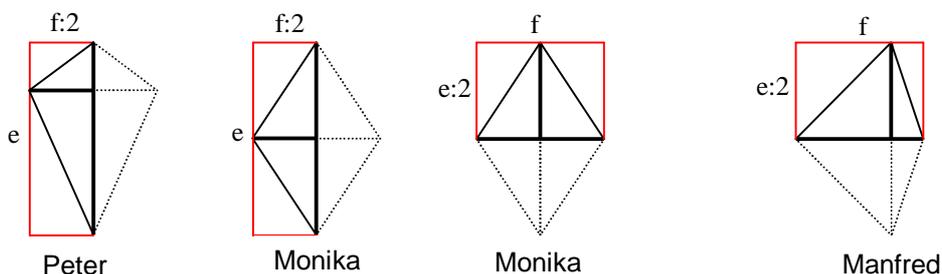


Das sich ergebende Rechteck hat den doppelten Flächeninhalt wie der Drache, da sich jedes der vier Teildreiecke des Drachens im Rechteck genau zweimal findet. Außerdem erkennt man, dass das Rechteck unabhängig vom Kreuzungspunkt der Diagonalen e und f des Drachens immer dieselben Abmessungen hat.

Damit ist klar, dass für den Flächeninhalt der Drachen stets $A = (e \cdot f) : 2$ gilt.

3. Möglichkeit

Die an Zahlenwerte gebundene Lösungsmöglichkeit 1 kann ebenfalls zu einer allgemeinen Lösung ausgebaut werden. Zerschneidet man die Drachen längs der Holzstäbe, so kann man aus den Teilstücken Rechtecke bilden, die denselben Flächeninhalt haben wie die ursprünglichen Drachen.



Auch hier sieht man, dass die Lösung von den konkreten Maßen unabhängig ist. Man erhält entweder $A = e \cdot (f : 2)$ oder $A = (e : 2) \cdot f$ als „Formel für den Flächeninhalt“. Beide „Formeln“ treffen für Monikas Drachen zu, sind also gleichwertig.

Da Termumformungen mit Variablen erst in Jahrgangsstufe 7 behandelt werden, muss in Jahrgangsstufe 5 auf Umformungen verzichtet werden, die die Gleichwertigkeit der genannten Ausdrücke zeigen bzw. die Ausdrücke in eine gemeinsame Endform überführen.