**Lehrplananbindung:** 10.2 Die Mechanik Newtons – Das newtonsche Gravitationsgesetz

**Kompetenzen:** Neben den Fachkenntnissen liegt der Schwerpunkt bei

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Erkenntnisgewinnung** | ***Fachmethoden wiedergeben*** | ***Fachmethoden nutzen*** | *Fachmethoden problembezogen auswählen u. anwenden* |
| **Kommunikation** | *Mit vorgegebenen Darstellungsformen arbeiten* | *Geeignete Darstellungsformen nutzen* | *Darstellungsformen selbständig auswählen u. nutzen* |
| **Bewertung** | *Vorgegebene Bewertungen nachvollziehen* | ***Vorgegebene Bewertungen beurteilen u. kommentieren*** | *Eigene Bewertungen vornehmen* |

## Aufgabenbeispiel: Galilei und die Jupitermonde

Galilei entdeckte im Jahr 1610 die vier größten Jupitermonde Io, Europa, Ganymed und Kallisto. Durch genaue Beobachtung kann man auch heute mit vergleichsweise einfachen Mitteln die Umlaufzeiten dieser vier Monde sowie deren jeweiligen Bahnradius um Jupiter mit akzeptabler Genauigkeit bestimmen.

| Mond | Europa | Io | Ganymed | Kallisto |
|---|---|---|---|---|
| Umlaufdauer T in h | 42 | 85 | 172 | 400 |
| Bahnradius r in $10^6$ km | 0,4 | 0,7 | 1,1 | 1,9 |

a) Bestätigen Sie, dass das 3. keplersche Gesetz $\frac{T^2}{r^3} = k\,(\text{const.})$ im Rahmen der Messgenauigkeit auch für die Bewegung der Jupitermonde gültig ist. Bestimmen Sie die Konstante k für die vier Jupitermonde.

b) Die vier Werte liegen zwar in der gleichen Größenordnung, doch weicht der rechnerische Wert von Europa erheblich von den drei anderen ab. Welche messtechnischen Gründe könnten hierfür verantwortlich sein?

c) Begründen und beschreiben Sie mit Worten, wie mithilfe des newtonschen Gravitationsgesetzes und den gemessenen Bahndaten die Masse von Jupiter bestimmt werden kann.

d) Berechne die Jupitermasse aus dem Wert der Konstanten $k_{Ka}$ von Kallisto.

*Lösung:*

*a)* $k_{Eu} = 2{,}8\ 10^{-14}\ \frac{h^2}{km^3}$  $k_{Io} = 2{,}1\ 10^{-14}\ \frac{h^2}{km^3}$  $k_{Ga} = 2{,}2\ 10^{-14}\ \frac{h^2}{km^3}$  $k_{Ka} = 2{,}3\ 10^{-14}\ \frac{h^2}{km^3}$

*b)* *Bei Europa und bei Kallisto sind die Umlaufdauern auf Stunden genau gemessen. Während bei Kallisto die Messtoleranz von 1h einer Abweichung von 0,25% entspricht, ververursacht die gleiche absolute Messtoleranz bei Europa eine Abweichung von 2,4% - dies ist fast der zehnfache Wert. Ähnlich verhält es sich bei den Bahnradien. Deshalb ist der aus den Daten von Kallisto berechnete Werte viel genauer als der von Europa.*

*c)* *Im vorliegenden Fall ist die Zentripetalkraft die Gravitationskraft, sodass im Fall eine Kreisbewegung, die hier zugrunde liegt, der folgende Zusammenhang gilt* $m_{Ka}\frac{4\pi^2}{T_{Ka}^2}r_{Ka} = G\cdot\frac{m_{Ka}\cdot m_{Ju}}{r_{Ka}^2}$ *bzw. nach Umformung* $4\pi^2\frac{r_{Ka}^3}{T_{Ka}^2} = G\cdot m_{Ju}$. *Hier tauchen neben dem Kehrwert der experimentell ermittelten Konstanten* $k_{Ka}$ *nur die bekannte Gravitationskonstante* $G = 6{,}674\frac{m^3}{kg\cdot s^2}$ *und die Jupitermasse auf. Nach dieser kann aufgelöst werden.*

*d)* $m_{Ju} = \frac{4\pi^2}{G\cdot k_{Ka}} = 2{,}0\cdot 10^{27}\,kg$